

PREDIKSI PERGERAKAN BAYANGAN BUMI SAAT TERJADI GERHANA BULAN MENGGUNAKAN EPHEMERIS HISAB RUKYAT

(Muhammad Farid Azmi, Mahasiswa Magister Pascasarjana UIN Walisongo Semarang)

Abstract

In this era, the prediction of lunar eclipse can be determined accurately with the astronomical data based algorithm. Usually, the prediction just compute the position and time of lunar eclipse without considered the movement of Earth shadow in the beginning to the end of eclipse. In this article the author explain how is the concept, algorithm, and analysis about the movement of Earth shadow on going lunar eclipse in certain local coordinate point, using the data from Ephemeris Hisab Rukyat.

Keywords : *Lunar Eclipse, Earth Shadow, Ephemeris Hisab Rukyat*

Pendahuluan

Gerhana Bulan merupakan fenomena langit yang tidak dapat dipisahkan dari masalah penentuan fase-fase Bulan khususnya fase purnama, sebab gerhana bulan terjadi ketika Bulan berada pada kedudukan oposisi terhadap Matahari dan letaknya dekat dengan sumbu bayang-bayang Bumi.¹ Dalam perhitungan gerhana bulan, wajarnya hanya memprediksikan waktu gerhana dan posisi Bulan saat terjadinya gerhana, algoritma untuk mengetahui arah bayangan yang jatuh di Bulan tidak dijelaskan secara gamblang. Padahal prediksi ini sangat penting, guna untuk memperkirakan dari arah mana bayangan muncul dan perlahan bergerak menutupi cahaya purnama, sehingga diharapkan gerhana Bulan dapat disimulasikan secara detail dan jelas, dengan menampilkan ilustrasi arah bayangan masuk, lalu arah bayangan saat mulai beranjak terang dan arah bayangan terakhir menyentuh piringan Bulan.

Dari sinilah penulis menjabarkan bagaimana konsep dan algoritma gerak bayangan Bumi berlaku di suatu tempat secara lokal saat terjadinya gerhana Bulan. Data astronomis yang digunakan penulis diambil dari buku Ephemeris Hisab Rukyat yang setiap tahun dikeluarkan oleh Kementerian Agama Republik Indonesia, kemudian diolah menggunakan rumus trigonometri bola untuk

¹ Badan Hisab & Rukyat Departemen Agama, *Almanak Hisab Rukyat*, (Jakarta : Departemen Agama, 1981), hlm 145.

menghasilkan posisi bayangan Bumi ketika terjadi kontak-kontak gerhana, yakni pada saat awal gerhana, awal total, akhir total dan akhir gerhana, baik kontak umbra maupun penumbra. Disamping itu pula, akan dijelaskan konsep astronomi bola dari rumus-rumus yang dijabarkan.

Pembahasan

A. Proses Gerhana Bulan.

Gerhana merupakan persamaan kata *eclipse* (Inggris), atau *ekleipsis* (Yunani). Dalam sehari-hari gerhana dipergunakan untuk mendeskripsikan keadaan atau kejadian dimana pada saat itu terjadi kesuraman sesaat, maka dari itu gerhana juga berkonotasikan makna tersebut.² Gerhana Bulan mempunyai makna memasuki, berbeda dengan gerhana Matahari yang mempunyai makna menutupi. Dari dua makna tersebut, istilah dalam bahasa arab yang digunakan pun juga berbeda, untuk gerhana Matahari disebut *kusūf* sedang untuk gerhana Bulan disebut *khusūf*.

Gerhana Bulan adalah fenomena piringan Bulan memasuki kerucut bayangan Bumi, sehingga piringan Bulan nampak menjadi gelap. Fenomena ini hanya dapat terjadi ketika Bulan purnama dan Bulan berada dekat dengan salah satu titik simpul naik (*ascending node*) atau titik simpul turun (*descending node*).³ Proses terjadinya gerhana Bulan tidak luput dari pergerakan Matahari, Bumi dan Bulan, khususnya revolusi antara Bumi dan Bulan. Ketika Bulan berada pada posisi 12 derajat atau kurang dari titik simpul maka dimungkinkan akan terjadi gerhana Bulan.⁴ Lebih perincinya yaitu ketika pusat bayangan Bumi terletak pada 10,9 derajat dari titik simpul. Ketika bayangan Bumi terletak pada 5,2 derajat dari titik simpul, maka dipastikan terjadi gerhana Bulan total, daerah 10,9

² Slamet Hambali, *Pengantar Ilmu Falak*, (Banyuwangi : Bismillah Publisher, 2012), hlm 228.

³ Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, (Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada, 2012), hlm 135

⁴ Muhyiddin Khazin, *Kamus Ilmu Falak*, (Yogyakarta : Buana Pustaka, 2005), hlm 45.

derajat ke Timur dan ke Barat titik simpul itulah dinamakan zona gerhana.⁵

Sedangkan titik simpul adalah titik perpotongan antara bidang peredaran lintasan Bumi dan Bulan, dalam kenyataannya terdapat dua titik simpul yang ada di garis edar keduanya, lalu ketika dua titik itu diberi garis khayal, maka garis itu disebut dengan garis simpul,⁶ garis ini tidak tetap, namun selalu berputar seiring dengan berputarnya titik simpul dengan laju 19 derajat ke Barat dan Timur, dan kira-kira 18 tahun 11 hari kemudian, garis tersebut kembali pada posisi semula, maka ketika itulah terjadi gerhana yang mirip dari gerhana sebelumnya. Pergeseran titik simpul inilah yang mengakibatkan musim gerhana terjadi dalam interval yang lebih pendek dari 6 bulan yaitu 173,3 hari, dua musim gerhana menyusun sebuah tahun gerhana yang lamanya 346,6 hari. Jadi akan lebih pendek 18,6 hari dibanding dengan satu tahun kalender Masehi.⁷

Bayangan yang dibentuk oleh Bumi mempunyai dua bagian, yakni bagian paling luar yang berwarna abu-abu disebut penumbra dan bagian inti yang berwarna gelap disebut umbra. Kalau Bulan hanya melewati daerah bayang-bayang penumbra saja, maka gerhana itu disebut gerhana penumbra, namun sayangnya sangat sulit untuk melihat perbedaan terangnya Bulan ketika masih berada di luar bayangan penumbra dengan ketika sudah berada di dalamnya, sebab intensitas kegelapannya kecil sekali, oleh karena itu gerhana seperti ini biasanya kurang menarik perhatian. Yang biasa dimaksud dengan gerhana Bulan itu ialah ketika Bulan memasuki bayangan umbra, gerhana seperti ini intensitas kegelapannya dapat diamati oleh mata. Jika piringan Bulan masuk seluruhnya disebut gerhana total dan jika sebagian saja disebut gerhana partial (sebagian).⁸

110. ⁵ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, (Semarang : PT. Pustaka Rizki Putra, 2012), hlm

⁶ Slamet Hambali, *Pengantar Ilmu Falak*, hlm 230

⁷ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, hlm 110

⁸ Badan Hisab & Rukyat Departemen Agama, *Almanak Hisab Rukyat*, hlm 146

Jadi secara keseluruhan, dilihat dari piringan Bulan yang gelap akibat memasuki bayangan Bumi, dapat dibagi menjadi 4 tipe gerhana :

1. Gerhana Bulan Umbra Total yaitu ketika seluruh piringan Bulan masuk dalam bayangan umbra Bumi.
2. Gerhana Bulan Umbra Sebagian yaitu ketika sebagian piringan Bulan masuk bayangan umbra Bumi.
3. Gerhana Bulan Penumbra Total (Semu Total) yaitu ketika seluruh piringan Bulan masuk dalam bayangan penumbra Bumi.
4. Gerhana Bulan Penumbra Sebagian (Semu Sebagian) yaitu ketika sebagian piringan Bulan masuk dalam bayangan penumbra Bumi.⁹

Dalam gerhana Bulan secara sempurna terjadi 8 kontak gerhana, kontak-kontak ini merupakan waktu pertama kali piringan Bulan bersentuhan dengan bayangan penumbra atau umbra Bumi, baik pada saat masuk maupun keluar bayangan, 8 kontak tersebut adalah sebagai berikut :

1. P1 : ketika piringan Bulan mulai menyentuh masuk bayangan penumbra Bumi. Pada waktu inilah waktu mulai gerhana penumbra.
2. P2 : ketika piringan Bulan sudah masuk bayangan penumbra Bumi secara sempurna. Waktu ini adalah waktu mulai gerhana penumbra total, namun dalam perhitungan gerhana, P2 sering diabaikan dan tidak dihitung.
3. U1 : ketika piringan Bulan mulai menyentuh masuk bayangan umbra Bumi. Pada saat itu disebut waktu mulai gerhana umbra.
4. U2 : ketika piringan Bulan sudah masuk bayangan umbra secara sempurna. Pada posisi inilah waktu mulai gerhana umbra total.
5. U3 : ketika piringan Bulan mulai menyentuh keluar bayangan umbra. Inilah yang disebut waktu akhir gerhana umbra total.
6. U4 : ketika piringan Bulan sudah keluar bayangan umbra secara sempurna. Pada posisi ini disebut waktu akhir gerhana umbra.

⁹ Ahmad Izzan, dkk, *Studi Ilmu Falak*, (Banten : Pustaka Aufa Media, 2013), hlm 176-177.

7. P3 : ketika piringan Bulan mulai menyentuh keluar bayangan penumbra. Pada saat ini disebut waktu akhir gerhana penumbra total. Sama halnya dengan kontak P2, dalam perhitungan gerhana, kontak P3 sering diabaikan dan tidak dihitung.
8. P4 : ketika piringan Bulan sudah keluar bayangan penumbra secara sempurna. Pada saat inilah disebut waktu akhir gerhana penumbra.¹⁰

Dalam proses gerhana Bulan umbra total terjadi 8 kali kontak secara sempurna, sedangkan gerhana Bulan umbra sebagian mengecualikan kontak U2 dan U3. Kemudian gerhana Bulan penumbra total hanya terjadi 4 kali kontak, yakni P1, P2, P3 dan P4. Terakhir gerhana penumbra sebagian hanya 2 kali kontak saja, yaitu P1 dan P4.

B. Konsep Prediksi Gerak Bayangan Gerhana.

Prinsip dasar terjadinya gerhana Bulan adalah ketika Matahari, Bumi dan Bulan berada pada satu garis lurus yakni saat Bulan berposisi. Digambarkan saat terjadinya gerhana Bulan, sebenarnya piringan Bulan sedang memasuki bayangan Bumi.¹¹ Bayangan ini terjadi karena posisi Matahari berkebalikan dengan posisi Bulan berada, oleh karena itu sering diungkapkan bahwa posisi Bulan dan Matahari selalu berselisih 180 derajat dari Bumi, ini membuktikan bahwa posisi antara keduanya adalah berhadapan-hadapan sehingga Bulan yang pada waktu itu dalam fase purnama terhalang cahayanya oleh Bumi, maka terjadilah gerhana Bulan. Dari teori dasar ini, penulis mengembangkannya untuk memprediksi gerak bayangan Bumi secara berkala, dari manakah arah bayangan Bumi mulai masuk dan keluar piringan Bulan, apakah dari samping kanan-kiri, atas-bawah ataukah justru serong. Hal inilah yang menjadi kajian dalam tulisan ini.

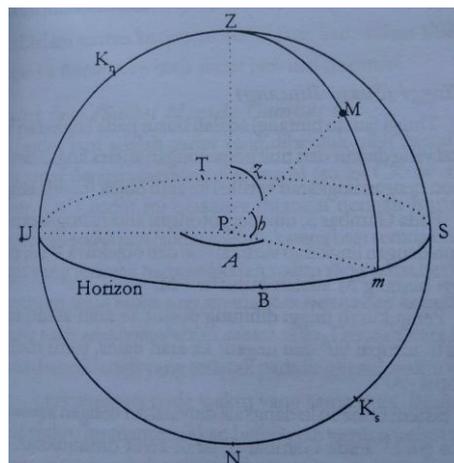
Perhitungan yang dipakai untuk mengetahui gerak bayangan Bumi adalah perhitungan posisi Bulan dan posisi Matahari secara berulang pada

¹⁰ Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, (Yogyakarta : Buana Pustaka, 2004), hlm 191-192.

¹¹ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, hlm 105.

waktu referensi terjadinya gerhana Bulan yakni waktu awal penumbra, awal gerhana, awal total, akhir total, akhir gerhana dan akhir penumbra. Sistem koordinat yang dipakai adalah sistem koordinat horison, dengan inti pusat adalah posisi pengamat yang terletak di permukaan Bumi,¹² sehingga posisi Bulan dan Matahari diketahui melalui pendefinisian nilai ketinggian dan azimut keduanya. Dengan kata lain, dalam sistem koordinat horison, posisi dan kedudukan suatu benda langit ditentukan oleh nilai azimut dan tinggi benda langit.

Azimut suatu benda langit adalah jarak sudut pada lingkaran horison diukur mulai dari titik utara ke arah timur atau searah jarum jam sampai ke perpotongan antara lingkaran horison dengan lingkaran vertikal yang melalui benda langit tersebut. Sedangkan pengertian ketinggian suatu benda langit adalah nilai busur pada lingkaran vertikal yang diukur dari titik perpotongan antara lingkaran horison dengan lingkaran vertikal ke arah obyek benda langit tersebut.¹³ Lihat pada gambar berikut :



Gambar 1 : Koordinat Horison

Pada gambar di atas, titik P adalah posisi pengamat berada, sedangkan M merupakan benda langit yang diamati. Azimut benda langit M, dihitung sepanjang garis horison mulai dari titik U hingga titik m melewati titik T dan titik S. lalu ketinggian benda langit M diukur

¹² Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, hlm 53.

¹³ Susiknan Azhari, *Ilmu Falak Teori dan Praktek*, (Yogyakarta : Lazuardi, 2001), hlm 28-30.

Dalam perhitungan berbasis data *bessel*, posisi Bulan sudah dapat dihitung dengan akurat, namun untuk metode *ephemeris* tidak demikian, perhitungan posisi Bulan tidak serta-merta diketahui begitu saja, karena dalam perhitungan gerhana sistem *Ephemeris Hisab Rukyat* hanya untuk mengetahui waktu gerhana, bukan untuk mengetahui posisi gerhana, oleh karena itu, dalam perhitungan gerak bayangan gerhana ini perlu data tambahan untuk mengetahui posisi Matahari dan Bulan. Data-data *ephemeris* yang diperlukan meliputi :

a. Deklinasi Matahari dan Bulan (*Apparent Declination*).

Deklinasi disebut juga *mail*, yakni jarak suatu benda langit sepanjang lingkaran deklinasi dihitung dari equator sampai benda langit yang diukur. Deklinasi bagi benda langit yang berada di sebelah utara equator tandanya positif (+), dan bagi benda langit yang berada di sebelah selatan equator deklinasinya negatif (-). Dalam astronomi deklinasi sering dilambangkan dengan δ (delta).¹⁴

b. Equation Of Time.

Equation of time dalam bahasa arab disebut *ta'dīl al-waqtī*, *ta'dīl al-zamān* artinya perata waktu yakni selisih waktu antara waktu Matahari hakiki dengan waktu Matahari rata-rata.¹⁵ Dalam astronomi equation of time sering disimbolkan dengan huruf *e*. Berhubungan dengan perhitungan ini, equation of time digunakan untuk mengkonversikan waktu daerah menjadi waktu hakiki.

c. Ascensio Rekta Matahari dan Bulan (*Apparent Right Ascention*).

Ascensio rekta disebut juga dengan istilah *al-mathāli'u al-balādiyyah* adalah busur sepanjang lingkaran equator yang dihitung mulai dari titik Aries ke arah timur sampai titik perpotongan antara lingkaran equator dengan lingkaran deklinasi yang melalui benda langit tersebut. Dalam astronomi sering dilambangkan dengan α

¹⁴ Muhyiddin Khazin, *Kamus Ilmu Falak*, hlm 51

¹⁵ Muhyiddin Khazin, *Kamus Ilmu Falak*, hlm 79.

(alpha).¹⁶ Ascensio rekta Matahari dan Bulan sama-sama digunakan untuk menghitung sudut waktu Bulan ketika terjadinya gerhana.

Data-data ephemeris tersebut adalah sebagai data awal sebelum melakukan perhitungan, namun tak hanya itu, data lintang dan bujur tempat juga sangat diperlukan sebagai acuan koordinat lokasi mana yang akan dihitung. Dalam pengambilan data ephemeris perlu adanya interpolasi yang ditempuh dengan rumus : $A - (A - B) \times C / I$.¹⁷

Setelah melakukan interpolasi sesuai waktu yang dijadikan acuan dalam perhitungan (waktu saat terjadi gerhana), maka semua data-data ini dapat diolah dengan algoritma berikut :

- a. Menghitung Sudut Waktu Matahari (t_0).

$t_0 = (WD + e - (BD - \lambda) / 15 - 12) \times 15$ atau dengan rumus lain,

$$t_0 = (WD + e) \times 15 - BD + \lambda - 180$$

WD adalah waktu daerah, dalam konteks perhitungan ini waktu daerah ialah waktu saat terjadinya gerhana (awal penumbra, awal gerhana, awal total, akhir total, akhir gerhana dan akhir penumbra). Lambang λ (lamba) adalah simbol untuk data bujur tempat, sedangkan BD adalah bujur daerah. Untuk nilai bujur daerah pada zona WIB = 105°, WITA = 120°, WIT = 135°. ¹⁸

- b. Menghitung Ketinggian Matahari (h_0).

$$\sin h_0 = \sin \varphi \cdot \sin \delta_0 + \cos \varphi \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos [t_0]$$

Lambang φ (phi) adalah simbol untuk data lintang tempat, sedangkan δ_0 menunjukkan data deklinasi, lebih tepatnya deklinasi Matahari.¹⁹ Hasil perhitungan ketinggian Matahari harus dibalik tandanya, untuk memproyeksikan ketinggian

¹⁶ Muhyiddin Khazin, *Kamus Ilmu Falak*, hlm 54.

¹⁷ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, hlm 118.

¹⁸ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, hlm 58.

¹⁹ Abdur Rachim, *Perhitungan Awal Bulan*, (Yogyakarta : Jogja Astronomi Club, tth),

bayangan Bumi di koordinat terhitung. Ketinggian Matahari selalu bernilai negatif, karena gerhana Bulan selalu terjadi pada saat malam hari, sehingga untuk memproyeksikan ketinggian bayangan Bumi, hasil ketinggian Matahari harus dipositifkan, maka hasil tersebut adalah proyeksi ketinggian bayangan Bumi.

c. Menghitung Arah Matahari (A_o).

$$\text{Cotan } A_o = \tan \delta_o \cdot \cos \varphi / \sin [t_o] - \sin \varphi / \tan [t_o]$$

Jika hasil A_o positif dan t_o negatif maka $A_o = UT$, jika A_o positif dan t_o positif maka $A_o = UB$, jika A_o negatif dan t_o negatif maka $A_o = ST$, jika A_o negatif dan t_o positif maka $A_o = SB$.

Azimut Matahari dapat diketahui dengan ketentuan-ketentuan :

- Jika $A_o = UT$, maka Azimut = A_o
- Jika $A_o = ST$, maka Azimut = $180 + A_o$
- Jika $A_o = SB$, maka Azimut = $180 - A_o$
- Jika $A_o = UB$, maka Azimut = $360 - A_o$.²⁰

Azimut Matahari kemudian dikurangi atau ditambah 180° , maka hasilnya adalah azimut proyeksi bayangan Bumi, seperti yang telah diketahui, azimut bayangan suatu benda, selalu bertolak belakang dengan azimut Matahari, sehingga azimut bayangan Bumi dapat diketahui dengan cara membalik arahnya sebesar 180° .

d. Menghitung Sudut Waktu Bulan (t_l)

$$t_l = \alpha_o + t_o - \alpha_l$$

α_o adalah data ascensio rekta Matahari, sedangkan α_l merupakan data ascensio rekta Bulan.²¹

e. Menghitung Ketinggian Bulan (h_l).

$$\text{Sin } h_l = \sin \varphi \cdot \sin \delta_l + \cos \varphi \cdot \cos \delta_l \cdot \cos [t_l]$$

²⁰ Slamet Hambali, *Ilmu Falak Arah Kiblat Setiap Saat*, (Yogyakarta : Pustaka Ilmu Yogyakarta, 2013), hlm 22-23.

²¹ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, hlm 100.

Lambang ϕ (phi) adalah simbol untuk data lintang tempat, sedangkan δ_{ζ} menunjukkan data deklinasi Bulan. Ketinggian Bulan harus bernilai positif, karena menunjukkan ketinggian Bulan ada di atas ufuk, sehingga gerhana Bulan dapat dilihat di koordinat terhitung.

f. Menghitung Azimut Bulan (A_{ζ})

$$\text{Cotan } A_{\zeta} = \tan \delta_{\zeta} \cdot \cos \phi / \sin [t_{\zeta}] - \sin \phi / \tan [t_{\zeta}]$$

Arah Bulan dapat ditentukan dari nilai deklinasi dan perkiraan posisi Bulan dari titik zenit, jika deklinasi Bulan berada di selatan lintang tempat, maka arah bulan dihitung dari selatan, jika deklinasi Bulan berada di utara lintang tempat, maka arah Bulan dihitung dari utara.

Jika Bulan belum melewati titik zenit maka arah Bulan dihitung ke timur, jika Bulan sudah melewati titik zenit maka arah Bulan dihitung ke barat.

Azimut Bulan diketahui dengan menggunakan ketentuan-ketentuan :

- Jika $A_{\zeta} = UT$, maka Azimut = A_{ζ}
- Jika $A_{\zeta} = ST$, maka Azimut = $180 + A_{\zeta}$
- Jika $A_{\zeta} = SB$, maka Azimut = $180 - A_{\zeta}$
- Jika $A_{\zeta} = UB$, maka Azimut = $360 - A_{\zeta}$.

Setelah hasil tinggi dan azimut keduanya sudah diketahui, untuk lebih mudahnya posisi Bulan dan proyeksi posisi bayangan Bumi dapat divisualisasikan berdasarkan data ketinggian dan azimut sebagaimana yang telah dihitung, namun perlu dipahami bahwa proyeksi bayangan Bumi selalu lebih besar dari pada piringan Matahari, jadi dalam visualisasi nilai semi diameter bayangan lebih besar dari rata-rata semi diameter Matahari, yakni $0^{\circ} 16'$. Dari visualisasi inilah arah kemunculan dan keluarnya gerhana dapat diketahui. Jika yang dihitung adalah waktu awal atau akhir gerhana, maka yang dihasilkan adalah arah muncul atau hilangnya

gerhana, jika yang dihitung adalah waktu awal atau akhir total maka hasilnya adalah arah habis atau munculnya cahaya.

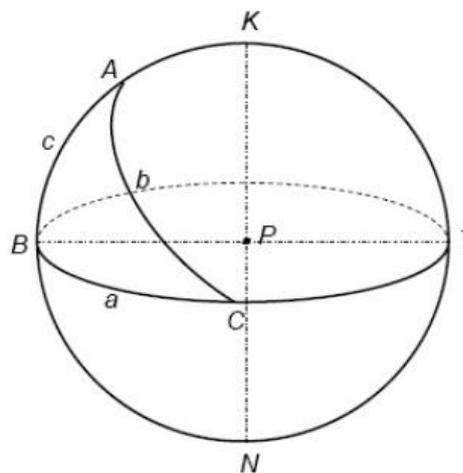
Berdasarkan visuslisasi yang dapat dilakukan, terdapat delapan kemungkinan posisi proyeksi bayangan Bumi dari piringan Bulan. Dilihat dari ketinggian dan azimut keduanya dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi $<$ tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi = azimut Bulan, maka arah bayangan gerhana berada di bawah piringan Bulan
2. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi $>$ tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi = azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di atas piringan Bulan
3. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi = tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi $<$ azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kiri piringan Bulan
4. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi = tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi $>$ azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kanan piringan Bulan
5. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi $<$ tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi $<$ azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kiri condong ke bawah dari piringan Bulan.
6. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi $>$ tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi $>$ azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kanan condong ke atas dari piringan Bulan.
7. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi $<$ tinggi Bulan dan azimut proyeksi bayangan Bumi $>$ azimut Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kanan condong ke bawah dari piringan Bulan.

8. Jika tinggi proyeksi bayangan Bumi > tinggi Bulan dan azimuth proyeksi bayangan Bumi < azimuth Bulan, maka bayangan gerhana berada di sisi kiri condong ke atas dari piringan Bulan.

D. Astronomi Bola Perhitungan Posisi Bayangan Gerhana.

Seperti yang telah dijelaskan, perhitungan posisi proyeksi bayangan Bumi meliputi dua rumus, yakni ketinggian dan azimuth benda langit, rumus-rumus tersebut dapat dijelaskan dengan prinsip-prinsip trigonometri bola, menggunakan formula dasar cosinus dan formula dasar sinus. Lihat gambar berikut :



Gambar 3 : Segitiga bola.

Dalam gambar tersebut ada 6 variabel sebagai komponen dari segitiga bola, yakni sudut A, B, C dan sisi a, b, c. Dalam segitiga bola itu, dapat ditarik beberapa formula perhitungan sebagai berikut :

- a. Rumus dasar sinus.

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

- b. Rumus dasar cosinus

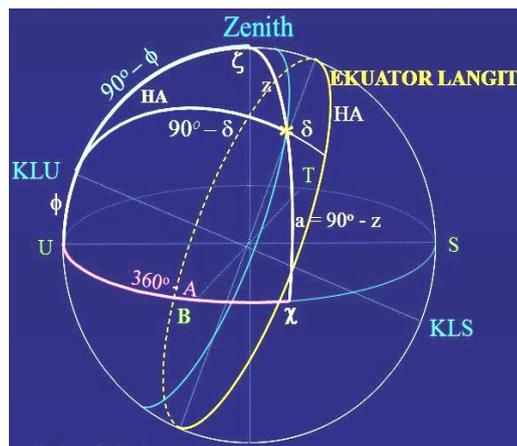
$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C. \text{ }^{22}$$

Dua rumus dasar tersebut dapat digunakan untuk memecahkan formula ketinggian dan azimut benda langit. Ada tiga *input* data pada masing-masing formula, yaitu lintang tempat, deklinasi benda langit dan sudut waktu benda langit. Mudah-mudahan, hal ini dapat dipahami dengan penggambaran berikut :

a. Ketinggian benda langit.



Gambar 4 : Trigonometri *Altitude*.

Complement lintang tempat ($90^\circ - \phi$) di dalam gambar tersebut, didefinisikan sebagai komponen sisi, begitu pula *complement* deklinasi benda langit ($90^\circ - \delta$) dan tinggi benda langit (a) yang merupakan *complement* dari sisi z . Sedangkan definisi sudut waktu (HA) adalah sebuah sudut yang berhadapan dengan z , sehingga tinggi benda langit (a) dapat diketahui dengan rumus dasar cosinus :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

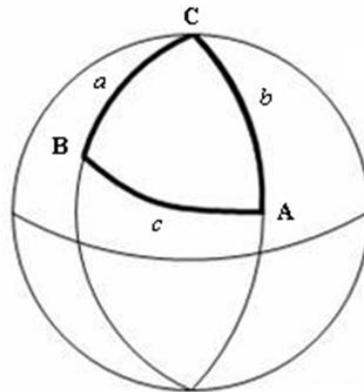
Dimasukkan dalam penggambaran di atas :

$$\cos (90^\circ - a) = \cos (90^\circ - \phi) \cos (90^\circ - \delta) + \sin (90^\circ - \phi) \sin (90^\circ - \delta) \cos HA$$

$$\sin a = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos HA$$

b. Azimut benda langit.

²² A. Jamil, *Ilmu Falak Teori & Aplikasi*, (Jakarta : Amzah, 2014), hlm 56.



Gambar 5 : Trigonometri Azimut.

Titik A adalah tempat pengamat berada, titik B merupakan posisi benda langit, sedangkan titik C adalah kutub utara sejati. Definisi azimut (arah) benda langit dalam penggambaran tersebut adalah sudut A, sisi a yang berhadapan dengan sudut A ialah *complement* deklinasi benda langit, sisi b ialah *complement* lintang tempat dan sudut C adalah sudut waktu benda langit. Sudut A dapat dicari jika sisi c sudah diketahui, oleh karena itu sisi c harus dihitung terlebih dahulu. Sisi c berhadapan dengan sudut C yang telah diketahui, sedangkan sudut C diapit sisi a dan sisi b yang juga telah diketahui nilainya, dari tiga komponen tersebut sisi c dapat dicari menggunakan rumus dasar cosinus berikut :

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

Dimasukkan sesuai penjabaran di atas, menjadi :

$$\cos c = \cos (90-\delta) \cos (90-\varphi) + \sin (90-\delta) \sin (90-\varphi) \cos HA$$

$$\cos c = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos HA$$

Setelah sisi c diketahui, maka sudut A (sudut arah benda langit) dapat dicari dengan formula dasar sinus :

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Dari perbandingan tersebut sin a dipindah ruas ke kanan, menjadi :

$$\sin A = \sin C / \sin c \times \sin a$$

Dimasukkan sesuai penggambaran di atas, menjadi :

$$\sin A = \sin HA / \sin c \times \sin (90-\delta)$$

$$\sin A = \sin HA / \sin c \times \cos \delta$$

Dari dua rumus tersebut dapat ditransformasikan dalam rumus cotangen :

$$\text{Cotan } A = \tan \delta \cdot \cos \varphi / \sin t - \sin \varphi / \tan t$$

E. Perhitungan Posisi Bayangan Gerhana

Prediksi arah kemunculan bayangan umbra gerhana Bulan pada 28 Juli 2018 M.

Markaz	= Semarang
Lintang Tempat	= -7° LS
Bujur Tempat	= $110^{\circ} 24'$ BT
Bujur Daerah	= 105°
Waktu Daerah (mulai gerhana)	= 01:24:25 WIB = 18:24:25 UT tanggal 27 Juli 2018 M.

- a. Menghitung Interpolasi Data Ephemeris Hisab Rukyat.

$$C = 18:24:25 \text{ UT} - 18 = 00:24:25 \text{ UT}$$

$$\text{Dek. Matahari Jam 18} = 19^{\circ} 05' 47''^{23}$$

$$\text{Dek. Matahari Jam 19} = 19^{\circ} 05' 13''$$

$$\begin{aligned} \text{Interpolasi Dek Matahari} &= \delta_1 - (\delta_1 - \delta_2) \times C \\ &= 19^{\circ} 05' 47'' - (19^{\circ} 05' 47'' - 19^{\circ} 05' 13'') \end{aligned}$$

$$\times 00:24:25$$

$$= 19^{\circ} 5' 33,16''$$

$$\text{Eq. Of Time Jam 18} = -0^{\circ} 6' 32''$$

$$\text{Eq. Of Time Jam 19} = -0^{\circ} 6' 32''$$

$$\text{Interpolasi Eq. Of Time} = e_1 - (e_1 - e_2) \times C$$

²³ Data deklinasi Matahari dan *equation of time* diambil dari buku Direktorat Urusan Agama Islam dan Bimbingan Islam Kementerian Agama RI, *Ephemeris Hisab Rukyat 2018*, (Jakarta : Kemenag RI, 2017), hlm 226.

$$= -0^{\circ} 6' 32'' - (-0^{\circ} 6' 32'' - -0^{\circ} 6' 32'') \times$$

00:24:25

$$= -0^{\circ} 6' 32''$$

$$\text{Ascen. Rek. Mat. Jam 18} = 126^{\circ} 59' 38''$$

$$\text{Ascen. Rek. Mat. Jam 19} = 127^{\circ} 02' 06''$$

$$\text{Interpolasi Asc. Rek Mat} = \alpha_1 - (\alpha_1 - \alpha_2) \times C$$

$$= 126^{\circ}59'38'' - (126^{\circ}59'38'' - 127^{\circ}02'06'') \times$$

00:24:25

$$= 127^{\circ} 0' 38,23''$$

$$\text{Dek. Bulan Jam 18} = -19^{\circ} 8' 40''$$

$$\text{Dek. Bulan Jam 19} = -19^{\circ} 4' 25''$$

$$\text{Interpolasi Dek. Bulan} = \delta_1 - (\delta_1 - \delta_2) \times C$$

$$= -19^{\circ} 8' 40'' - (-19^{\circ} 8' 40'' - -19^{\circ} 4' 25'') \times$$

00:24:25

$$= -19^{\circ} 6' 56,23''$$

$$\text{Ascen. Rek. Bln Jam 18} = 305^{\circ} 50' 24''$$

$$\text{Ascen. Rek. Bln Jam 19} = 306^{\circ} 21' 26''$$

$$\text{Interpolasi Asc. Rek. Bln} = \alpha_1 - (\alpha_1 - \alpha_2) \times C$$

$$= 305^{\circ}50'24'' - (305^{\circ}50'24'' - 306^{\circ}21'26'') \times$$

00:24:25

$$= 306^{\circ} 3' 1,73''$$

b. Menghitung Sudut Waktu Matahari (t_0).

$$t_0 = (\text{WD} + e) \times 15 - \text{BD} + \lambda - 180$$

$$t_0 = (01:24:25 + -0^{\circ} 6' 32'') \times 15 - 105^{\circ} + 110^{\circ} 24' - 180$$

$$t_0 = -155^{\circ} 7' 45''$$

c. Menghitung Ketinggian Matahari (h_0).

$$\sin h_0 = \sin \varphi \cdot \sin \delta_0 + \cos \varphi \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos [t_0]$$

$$\sin h_0 = \sin -7^{\circ} \cdot \sin 19^{\circ} 5' 33,16'' + \cos -7^{\circ} \cdot \cos 19^{\circ} 5' 33,16'' \cdot \cos [-155^{\circ} 7' 45'']$$

$$h_0 = -62^{\circ} 58' 36,91'' \text{ di bawah ufuk}$$

Ketinggian bayangan umbra selalu berkebalikan dengan ketinggian Matahari, sehingga ketinggian proyeksi bayangan umbra adalah $62^{\circ} 58' 36,91''$ di atas ufuk.

- d. Menghitung Arah Matahari (A_o).

$$\text{Cotan } A_o = \tan \delta_o \cdot \cos \varphi / \sin [t_o] - \sin \varphi / \tan [t_o]$$

$$\text{Cotan } A_o = \tan 19^{\circ} 5' 33,16'' \cdot \cos -7^{\circ} / \sin [-155^{\circ} 7' 45''] - \sin -7^{\circ} / \tan [-155^{\circ} 7' 45'']$$

$$A_o = 61^{\circ} 00' 52,4'' \text{ UT (karena hasil } A_o \text{ positif dan } t_o \text{ negatif)}$$

$$\text{Azimut Matahari} = 61^{\circ} 00' 52,4'' \text{ UT SB}$$

Azimut bayangan umbra Bumi selalu berkebalikan dengan azimut Matahari sehingga azimut bayangan umbra Bumi = $61^{\circ} 00' 52,4'' + 180^{\circ} = 241^{\circ} 00' 52,4'' \text{ UT SB}$

- e. Menghitung Sudut Waktu Bulan (t_l)

$$t_l = \alpha_o + t_o - \alpha_l$$

$$t_l = 127^{\circ} 0' 38,23'' + -155^{\circ} 7' 45'' - 306^{\circ} 3' 1,73''$$

$$t_l = -334^{\circ} 10' 8,5''$$

- f. Menghitung Ketinggian Bulan

$$\text{Sin } h_l = \sin \varphi \cdot \sin \delta_l + \cos \varphi \cdot \cos \delta_l \cdot \cos [t_l]$$

$$\text{Sin } h_l = \sin -7^{\circ} \cdot \sin -19^{\circ} 6' 56,23'' + \cos -7^{\circ} \cdot \cos -19^{\circ} 6' 56,23'' \cdot \cos [-334^{\circ} 10' 8,5'']$$

$$h_l = 62^{\circ} 7' 53,32'' \text{ di atas ufuk}$$

- g. Menghitung Azimut Bulan (A_l)

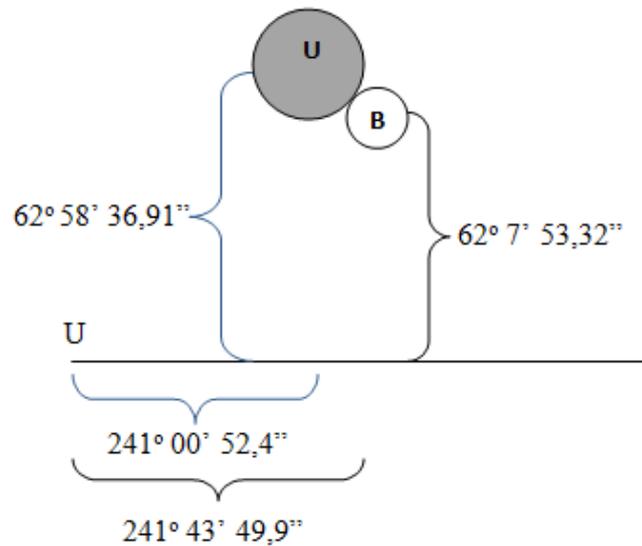
$$\text{Cotan } A_l = \tan \delta_l \cdot \cos \varphi / \sin [t_l] - \sin \varphi / \tan [t_l]$$

$$\text{Cotan } A_l = \tan -19^{\circ} 6' 56,23'' \cdot \cos -7^{\circ} / \sin [-334^{\circ} 10' 8,5''] - \sin -7^{\circ} / \tan [-334^{\circ} 10' 8,5'']$$

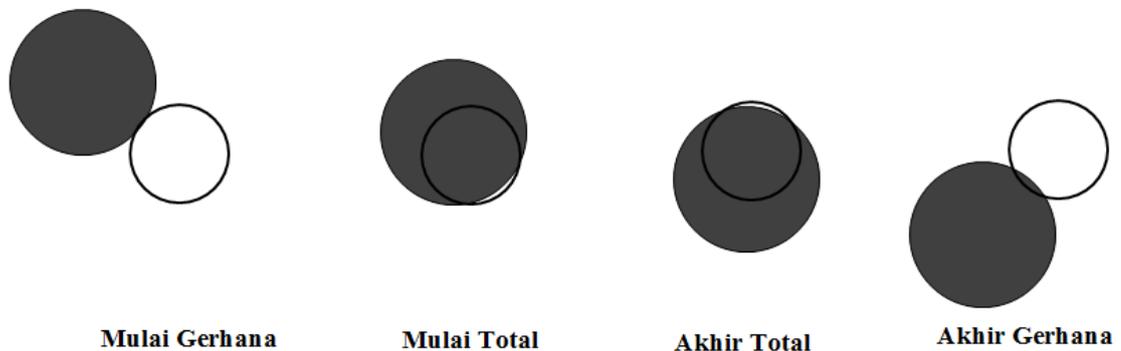
$A_l = 61^{\circ} 43' 49,91'' \text{ SB}$ (nilai deklinasi di selatan lintang tempat dan waktu referensi gerhana menunjukkan Bulan sudah melewati titik zenit)

$$\text{Azimut Bulan} = 180^{\circ} + 61^{\circ} 43' 49,91'' = 241^{\circ} 43' 49,9'' \text{ UT SB}$$

Visualisasi posisi Bulan dan bayangan umbra Bumi dapat digambarkan sebagai berikut :



Jadi bayangan umbra Bumi mulai menyentuh piringan Bulan dari arah kiri serong ke atas seperti pada visualisasi di atas. Jika perhitungan ini diulang dengan waktu referensi yang berbeda, meliputi waktu awal total, akhir total, dan akhir gerhana, maka prediksi gerak bayangan gerhana Bulan akan tervisualisasikan sebagaimana gambar di bawah :



Simpulan

Perhitungan gerak bayangan Bumi saat terjadi gerhana Bulan merupakan sistem perhitungan untuk mengetahui posisi Bulan dan proyeksi bayangan Bumi, yang mana diperoleh dari posisi kebalikan Matahari berada. Data yang dicari

meliputi ketinggian dan azimut, kemudian divisualisasikan secara spesifik dan berkala menurut waktu referensi terjadinya gerhana Bulan. Pada akhirnya dapat diketahui gerak bayangan gerhana Bulan dimulai dari arah bayangan Bumi beranjak masuk ke dalam piringan Bulan hingga keluar dari piringan Bulan sepenuhnya.

Daftar Pustaka.

- Anugraha, Rinto, *Mekanika Benda Langit*, Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada, 2012.
- Azhari, Susiknan, *Ilmu Falak Teori dan Praktek*, Yogyakarta : Lazuardi, 2001.
- Badan Hisab & Rukyat Departemen Agama, *Almanak Hisab Rukyat*, Jakarta : Departemen Agama, 1981.
- Direktorat Urusan Agama Islam dan Bimbingan Islam Kementerian Agama RI, *Ephemeris Hisab Rukyat 2018*, Jakarta : Kemenag RI, 2017.
- Hambali, Slamet, *Ilmu Falak Arah Kiblat Setiap Saat*, Yogyakarta : Pustaka Ilmu Yogyakarta, 2013.
- _____, *Pengantar Ilmu Falak*, Banyuwangi : Bismillah Publisher, 2012.
- Izzan, Ahmad, dkk, *Studi Ilmu Falak*, Banten : Pustaka Aufa Media, 2013.
- Izzuddin, Ahmad, *Ilmu Falak Praktis*, Semarang : PT. Pustaka Rizki Putra, 2012.
- Jamil, A., *Ilmu Falak Teori & Aplikasi*, Jakarta : Amzah, 2014.
- Khazin, Muhyiddin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, Yogyakarta : Buana Pustaka, 2004.
- _____, *Kamus Ilmu Falak*, Yogyakarta : Buana Pustaka, 2005.
- Rachim, Abdur, *Perhitungan Awal Bulan*, Yogyakarta : Jogja Astronomi Club, tth.